N d'affixe $\dfrac{z}{z-i}$ or $\dfrac{z}{z-i}=\left[\operatorname{tg}\dfrac{\varphi}{2}\,,\ \dfrac{\pi}{2}\right]=i\operatorname{tg}\dfrac{\varphi}{2}$

N de coordonnées $(0,\operatorname{tg}\dfrac{\varphi}{2})$ or φ décrit $]0,\pi[$ d'où $\operatorname{tg}\dfrac{\varphi}{2}$ décrit l'intervalle $\mathbf{R}_+^*$

d'où N décrit la demi-droite $[oy)$ privée de o d'équation : $\begin{cases} x=0 \\ y>0 \end{cases}$

Solution 10 :

1°/ Soit $E=\left\{M(z)\in\mathcal{P}/\arg(z-i\bar{z}+1)\equiv\dfrac{\pi}{4}+2k\pi\right\}$

$\arg(z-i\bar{z}+1)\equiv\dfrac{\pi}{4}+2k\pi \Leftrightarrow$ il existe $\alpha\in\mathbf{R}^*$ tel que :

$z-i\bar{z}+1=\alpha\, e^{i\frac{\pi}{4}}=\alpha\sqrt{2}(1+i)$ posons $\alpha\sqrt{2}=\beta$

donc $\arg(z-i\bar{z}+1)\equiv\dfrac{\pi}{4}+k\pi \Leftrightarrow$ il existe $\beta\in\mathbf{R}^*/\, z-i\bar{z}+1=\beta+\beta\, i$

Posons $(z=x+iy)$

$x-y+1+i(y-x)=\beta+\beta\, i \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+1=\beta \\ y-x=\beta \end{cases} \quad (\beta\in\mathbf{R}^*)$

$x-y+1=y-x \Leftrightarrow 2x-2y+1=0$ c'est une équation cartésienne d'une droite.

Conclusion : L'ensemble E est la droite dont une équation cartésienne est : $2x-2y+1=0$.

2°/ Soit $F=\left\{M(z)\in\mathcal{P}/\dfrac{z+2i}{(1+i)z-1}\in\mathbf{R}_+^*\right\}$